

Esame di matematica

Docente: Simone Secchi

18 novembre 2014

Nome:

Cognome:

Matricola:

Esercizio 1. (a) Stabilire se converge la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (n-1)(2\sqrt{n}+5)\sin^2 \frac{1}{n}$

(b) Calcolare la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left[2^n 5^{3-n} + \frac{1}{3n(n+1)} \right]$

Esercizio 2. Sviluppare in serie di Maclaurin $f(x) = \log(2-x^2)$ indicando l'intervallo in cui vale lo sviluppo. Scrivere il polinomio di MacLaurin T_6 di ordine 6 della funzione $g(x) = f(x) - x^3 \sin x$.

Esercizio 3. Data la funzione $f(x, y) = (xy-1)e^{y+x}$ calcolare $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$. Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 1, f(1, 1))$. Scrivere l'equazione del piano parallelo a tale piano e passante per il punto $(2, 3, 4)$.

Esercizio 4. Data la funzione $f(x, y) = x^2 - 2y^2 + x^3 - 9x + 5$ determinare:

(a) gli eventuali punti di minimo e di massimo locale di f in \mathbb{R}^2 ;

(b) i punti di massimo e di minimo di f sul segmento di estremi $(0, -5)$ e $(0, 4)$.

Esercizio 5. Calcolare $\int_{\gamma} (y-2x) ds$ dove $\gamma(t) = (2 \cos t, 2 \sin t)$.

Esercizio 6. Rappresentare l'insieme $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, y + x \geq 0\}$ nel piano e calcolare $\int_D xy e^{(x^2+y^2)^2} dx dy$.

Esercizio 7. Calcolare autovalori e autovettori della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

Esercizio 8. Discutere il sistema

$$\begin{cases} x + kz = -5k \\ (4k + 1)y + 3z = 0 \\ -ky + kz = k + 1 \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$ e risolverlo con $k = 1$.