

# Istituzioni di Matematica II

17 Febbraio 2015

**Esercizio 1.** Individuare tutti i punti critici della funzione  $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - 8$  e determinarne la natura. Trovare infine il massimo e il minimo assoluti della funzione  $f$  nel dominio delimitato dalle rette  $y = x + 1$ ,  $y = 1 - x$ ,  $y = x - 1$  e  $y = -1 - x$ . *Suggerimento:* conviene osservare che la funzione è simmetrica rispetto alla bisettrice  $y = x$ .

**Esercizio 2.** Decidere se la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left( 3k^2 \log \frac{2k^2 + 2}{2k^2 + 1} \right)^k$$

è convergente. Determinare inoltre l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{k=0}^{\infty} 2^k (\log x)^{2k}.$$

**Esercizio 3.** Calcolare l'integrale

$$\iint_E \frac{dx dy}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}},$$

dove  $E$  è il sottoinsieme di  $\mathbb{R}^2$  compreso fra il semi-asse positivo delle ascisse, la circonferenza di centro l'origine e raggio 2, e la retta di equazione  $y = x$ .

**Esercizio 4.** Calcolare le derivate parziali della funzione  $f(x, y) = (x+y) \cos(xy)$ , e scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(0, 0, f(0, 0))$ .

**Esercizio 5.** Data la funzione  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ , scriverne lo sviluppo in serie di MacLaurin specificando l'insieme di convergenza.

**Esercizio 6.** Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} (x - 2y) ds,$$

dove  $\gamma(t) = (\cos(2t), \sin(2t))$  per ogni  $t \in [0, \pi]$ .

**Esercizio 7.** Discutere la risolubilità e il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{aligned} x + (2 + \kappa)y + 3z &= 0 \\ 3x + 4y + 5z &= \kappa \\ 5x + 6y + 7z &= \kappa - 1 \end{aligned}$$

al variare del parametro  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

**Esercizio 8.** Scrivere la matrice associata all'applicazione lineare  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  tale che

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

e determinarne gli autovalori.