

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

Istituzioni di matematica II

9 Aprile 2015

Esercizio 1. Individuare tutti i punti critici della funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 - x^2y$ e determinarne la natura. Trovare i punti di massimo e di minimo della funzione f sul perimetro del triangolo di vertici $(0, 1)$, $(1, 0)$ e $(0, 0)$.

Esercizio 2. Calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!},$$

riconducendola ad una somma telescopica. Stabilire infine il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

Esercizio 3. Calcolare l'integrale

$$\iint_E (x + y^2) dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 < x^2 + y^2 < 4, x > 0, y > 0\}$.

Esercizio 4. Calcolare le derivate parziali della funzione $f(x, y) = \cos(x + y) + \sin(x - y) + x$, e scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(0, 0, f(0, 0))$.

Esercizio 5. Data la funzione $f(x) = \frac{2}{3-4x}$, scriverne lo sviluppo in serie di MacLaurin specificando l'insieme di convergenza.

Esercizio 6. Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{\gamma} y \left(\frac{1}{4} - y^2\right) ds,$$

dove $\gamma(t) = \left(\frac{1}{2} \cos(3t), \frac{1}{2} \sin(3t)\right)$ per ogni $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$.

Esercizio 7. Discutere la risolubilità e il numero di soluzioni del sistema lineare

$$\begin{cases} \kappa^2 x + \kappa y + 3\kappa z & = \kappa^2 - \kappa + 2 \\ x + 2y + 5z & = \kappa + 3 \\ x + y + 3z & = \kappa \end{cases}$$

al variare del parametro $\kappa \in \mathbb{R}$. Dire per quali κ il sistema omogeneo, con la stessa matrice dei coefficienti, ammette soluzioni non nulle.

Esercizio 8. Data l'applicazione lineare $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che:

$$L \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + z \\ 2x + y \\ 4x + 5y \end{pmatrix},$$

scrivere la matrice associata; determinare l'immagine tramite L di $(0, 1, 0)^T$ e di $(-3, 2, 5)^T$. L'applicazione L è invertibile?

1	2	3	4	5	6	7	8