

Esame di matematica

Docente: Simone Secchi

9 settembre 2014

Nome:.....

Cognome:.....

Matricola:.....

Esercizio 1. Consideriamo la funzione f definita su \mathbb{R} dalla legge

$$f(x) = \begin{cases} a + 2x & \text{se } x < 0 \\ 2 + ax & \text{se } 0 \leq x < 2 \\ x^2 & \text{se } x \geq 2, \end{cases}$$

dove a è un parametro reale. 1. Dire per quali valori di a la funzione è iniettiva e per quali risulti $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$. 2. Dire se per $a = 1$ la funzione è iniettiva, e in caso affermativo scrivere dominio e formula della funzione inversa f^{-1} . 3. Determinare per quali valori di a , se esistono, la funzione f è continua.

Esercizio 2. Calcolare il valore del limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x \sin x + x^2}$$

Esercizio 3. Calcolare

$$\int (3x^2 - 2) \cos x \, dx.$$

Esercizio 4. Studiare il comportamento della seguente funzione, e tracciarne un grafico qualitativo:

$$f(x) = \left(\frac{100 + x}{307 - 2x} \right)^2.$$