

Esame di matematica

Docente: Simone Secchi

8 Maggio 2014

Nome:.....

Cognome:.....

Matricola:.....

Esercizio 1. Enunciare il teorema di Fermat relativo ai punti di massimo e di minimo.

Esercizio 2. Determinare i parametri a_n e b_n , al variare di $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, affinché la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq -n \\ a_n + b_n x & \text{se } -n < x \leq n \\ 1 & \text{se } x > n \end{cases}$$

sia continua in tutti i punti di \mathbb{R} .

Esercizio 3. (A) Calcolare l'integrale definito $\int_{-2}^3 f(x) dx$, essendo:

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x^2-1} & \text{se } x < -1 \\ |x|-1 & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ 2^{x-4} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

(B) Calcolare

$$\int \frac{2 \cos x}{\sin x + \cos x} dx.$$

Suggerimento: per (A), ricordare la regola di derivazione $\frac{d}{dx} a^x = a^x \log a$, valida per ogni $a > 0$ e $a \neq 1$. Per (B), aggiungere e sottrarre 1.

Esercizio 4. Studiare le proprietà qualitative della funzione $f(x) = \log|x| - x^2 + 4$ e tracciarne un grafico approssimato.

Esame di matematica

Docente: Simone Secchi

8 Maggio 2014

Nome:.....

Cognome:.....

Matricola:.....

Esercizio 1. Enunciare il teorema del valor medio di Lagrange.

Esercizio 2. Determinare i parametri a_n e b_n , al variare di $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, affinché la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq -n \\ a_n - b_n x & \text{se } -n < x \leq n \\ 2 & \text{se } x > n \end{cases}$$

sia continua in tutti i punti di \mathbb{R} .

Esercizio 3. (A) Calcolare l'integrale definito $\int_{-3}^2 f(x) dx$, essendo:

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x^2-1} & \text{se } x < -1 \\ |x|-1 & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ 2^{x-4} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

(B) Calcolare

$$\int \frac{4 \cos x}{\sin x + \cos x} dx.$$

Suggerimento: per (A), ricordare la regola di derivazione $\frac{d}{dx} a^x = a^x \log a$, valida per ogni $a > 0$ e $a \neq 1$. Per (B), dopo aver raccolto una costante, aggiungere e sottrarre 1.

Esercizio 4. Studiare le proprietà qualitative della funzione $f(x) = \log|x| - x^2 + 1$ e tracciarne un grafico approssimato.

Esame di matematica

Docente: Simone Secchi

8 Maggio 2014

Nome:.....

Cognome:.....

Matricola:.....

Esercizio 1. Enunciare il teorema di Weierstrass.

Esercizio 2. Determinare i parametri a_n e b_n , al variare di $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$, affinché la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x \leq -n \\ -a_n + b_n x & \text{se } -n < x \leq n \\ 1 & \text{se } x > n \end{cases}$$

sia continua in tutti i punti di \mathbb{R} .

Esercizio 3. (A) Calcolare l'integrale definito $\int_{-2}^2 f(x) dx$, essendo:

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x^2-1} & \text{se } x < -1 \\ |x|-2 & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ 2^{x-4} & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

(B) Calcolare

$$\int \frac{2 \cos x}{\sin x + \cos x} dx.$$

Suggerimento: per (A), ricordare la regola di derivazione $\frac{d}{dx} a^x = a^x \log a$, valida per ogni $a > 0$ e $a \neq 1$. Per (B), aggiungere e sottrarre 1.

Esercizio 4. Studiare le proprietà qualitative della funzione $f(x) = \log|x| - x^2 - 1$ e tracciarne un grafico approssimato.