

Esame di matematica

Docenti: Simone Secchi e Pablo Spiga

17 Ottobre 2013

Nome:.....

Cognome:.....

Matricola:.....

Esercizio 1. Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\sin\left(\frac{1}{x}\right) - 1 + \cos\left(\frac{1}{x}\right) \right).$$

Esercizio 2. Sono assegnati gli insiemi

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid \text{esiste } y \in \mathbb{R} \text{ tale che } x \leq y + 1\}$$

$$B = \{c \in \mathbb{R} \mid \text{l'equazione } x^2 - 2x + c = 0 \text{ possiede almeno una soluzione reale}\}.$$

Determinare gli estremi inferiore e superiore di A e di B .

Esercizio 3. Studiare la funzione

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x^2+3} \right)^{\frac{1}{3}},$$

e tracciarne un grafico qualitativo.

Esercizio 4. Determinare tutte le funzioni derivabili (in un opportuno intervallo) la cui derivata sia, in ogni punto del dominio di definizione, uguale a metà del valore della funzione stessa.