

13 giugno 2012

Appello ordinario

2 ore

Nome e Cognome:

Matricola:

Esercizio 1. Affrontare nell'ordine indicato i seguenti problemi.

- (1) Trovare tutte e sole le funzioni derivabili y tali che $y'(x) = 0$ per ogni $x \in [-1, 1]$.
- (2) Utilizzando il punto precedente, trovare tutte e sole le funzioni y , derivabili due volte, tali che $y''(x) = 0$ per ogni $x \in [-1, 1]$. *Suggerimento:* la derivata seconda y'' è la derivata di y' . Pertanto, ricordando il risultato del punto precedente, $y' = \dots$
- (3) Utilizzando il punto precedente, trovare tutte le soluzioni y del sistema

$$\begin{cases} y''(x) = 0 & \text{per ogni } x \in (-1, 1) \\ y(-1) = -1, \quad y(1) = 1. \end{cases}$$

Esercizio 2. Studiare qualitativamente la funzione

$$f(x) = \arctan \sqrt{x(x-2)} + x,$$

e tracciarne un diagramma approssimato. *Attenzione:* durante lo studio della monotonia di f , accettare il fatto che l'equazione $x(x-1)^2(x-2) = 1$ possiede un'unica soluzione negativa $x_0 \simeq -0.272$.

Esercizio 3. Calcolare l'integrale definito

$$\int_1^{2e} (\log x)^2 dx$$

Suggerimento: calcolare preliminarmente $\int \log x dx$.**Esercizio 4.** Calcolare il limite della successione

$$\left\{ \sqrt[n]{n^2 + \sin^2 n + n} \right\}_{n \in \mathbb{N}}.$$