

Cognome:

Nome:

Matricola:

Risolvere il maggior numero possibile dei seguenti esercizi. È vietato consultare libri, appunti, e materiale didattico di ogni genere.

Esercizio 1. Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$y' = \frac{1+x}{xy},$$
$$y(1) = -4$$

definita per $x > 0$.

Esercizio 2. È data la funzione $f(x) = \frac{\sin x}{1+\cos x}$.

- (i) Determinare il dominio, l'eventuale periodicità, e gli eventuali asintoti.
- (ii) Studiare il segno della funzione.
- (iii) Studiare gli intervalli di monotonia e determinare gli estremi relativi e assoluti.
- (iv) Determinare gli intervalli di convessità e di concavità.
- (v) Tracciare un grafico qualitativo.

Esercizio 3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(3x)} - \frac{1}{3x} \right).$$

Esercizio 4. Calcolare l'integrale

$$\int \sin \sqrt{x} \, dx.$$